# 第 36 講　数列(1)

**例題 36 － 1**

(1)　次の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．また，第 10 項を求めよ．

　(ア)　3，7，11，……　　(イ)　50，47，44，……

(2)　第 5 項が 4，第 10 項が 14 である等差数列 $\{a_n\}$ の初項と公差を求めよ．また，24 はこの数列の第何項か．

**【Point Pickup】**

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**類題 36 ー 1**

(1)　次の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．また，第 20 項を求めよ．

(ア)　1，6，11，……　　(イ)　100，94，88，……

(2)　第 3 項が 12，第 11 項が $-4$ である等差数列 $\{a_n\}$ の初項と公差を求めよ．また，0 はこの数列の第何項か.

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**例題 36 ー 2**

(1)　初項 3，末項 21，項数 10 の等差数列の和を求めよ．

(2)　初項 60，公差 $-6$ の等差数列 $\{a_n\}$ の初項から第 $n$ 項までの和 $S_n$ を求めよ．また，$S_{10}$ を求めよ．

(3)　初項 5，公差 9 の等差数列 $\{b_n\}$ の第 11 項から第 20 項までの和を求めよ．

**【Point Pickup】**



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**類題 36 − 2**

(1)　初項 3，公差 $-7$ の等差数列 $\{a_n\}$ の初項から第 $n$ 項までの和 $S_n$ を求めよ．また，$S_{20}$ を求めよ．

(2)　初項 2，公差 4 の等差数列 $\{c_n\}$ の第 20 項から第 40 項までの和を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**例題 36 － 3**

⑴　次の等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．また，第 5 項を求めよ．

　　㋐　2，6，18，……　　　　㋑　100，－50，25，……

⑵　第 3 項が 28，第 6 項が 224 である等比数列 $\{a_n\}$ の初項と公比を求めよ．ただし公比は実数とする．

**【Point Pickup】**



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**類題 36 － 3**

(1)　次の等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．また，第 6 項を求めよ．

(ア)　$-27$，$-9$，$-3$，……　　(イ)　$2$，$-3$，$\dfrac{9}{2}$，……

(2)　第 2 項が $-6$，第 5 項が 162 である等比数列 $\{a_n\}$ の初項と公比を求めよ．ただし公比は実数とする．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**例題 36 ― 4**

(1)　次の等比数列の初項から第 $n$ 項までの和 $S_n$ を求めよ．

　(ア)　初項 3，公比 2　　　(イ)　初項 27，公比 $\frac{1}{3}$

(2)　初項 16，公比 $\frac{1}{2}$ の等比数列 $\{a_n\}$ の第 6 項から第 10 項までの和を求めよ．

**【Point Pickup】**

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**類題 36 － 4**

(1)　次の等比数列の初項から第 $n$ 項までの和 $S_n$ を求めよ.

(ア)　初項 1，公比 3　　　　(イ)　初項 81，公比 $\frac{1}{4}$

(2)　初項 2，公比 $-\frac{1}{3}$ の等比数列 $\{a_n\}$ の第 3 項から第 6 項までの和を求めよ.

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第 36 講　数列(1)

(1)　等差数列 $\{a_n\}$ の初項から第 $n$ 項までの和を $S_n$ とする．$a_4=11$，$a_{12}=35$ のとき，

$a_n=$ ア $n-$ イ ，$S_n=\dfrac{n}{2}($ ウ $n+$ エ $)$，$S_5=$ オカ である．

(2)　公比が実数である等比数列 $\{a_n\}$ の初項から第 $n$ 項までの和を $S_n$ とする．$a_2=-9$，

$a_5=\dfrac{9}{8}$ のとき，$a_n=$ キク $\cdot\left(-\dfrac{1}{\text{ケ}}\right)^{n-1}$，$S_n=$ コサ $\left\{1-\left(-\dfrac{1}{\text{ケ}}\right)^{n}\right\}$，

$S_5=\dfrac{\text{シス}}{\text{セ}}$ である．



ⓒRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第 36 講　数列(1)

**例題 36 − 1**

(1)　次の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．また，第 10 項を求めよ．

(ア)　3，7，11，……　　(イ)　50，47，44，……

(2)　第 5 項が 4，第 10 項が 14 である等差数列 $\{a_n\}$ の初項と公差を求めよ．また，24 はこの数列の第何項か．

(1)　(ア)　初項 3，公差 4 の等差数列より　$\boldsymbol{a_n}=3+(n-1)\cdot4=\boldsymbol{4n-1}$

$\boldsymbol{a_{10}}=4\cdot10-1=\boldsymbol{39}$

(イ)　初項 50，公差 −3 の等差数列より　$\boldsymbol{a_n}=50+(n-1)\cdot(-3)=\boldsymbol{-3n+53}$

$\boldsymbol{a_{10}}=-3\cdot10+53=\boldsymbol{23}$

(2)　初項を $a$，公差を $d$ とすると

$a_5=4$　より　$a+4d=4$　……①

$a_{10}=14$　より　$a+9d=14$　……②

①，②より　$a=-4$，$d=2$　　よって　**初項 −4　公差 2**

$a_n=-4+(n-1)\cdot2=2n-6$　　$2n-6=24$ より　$n=15$

よって　24 は**第 15 項**

**類題 36 − 1**

(1)　次の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．また，第 20 項を求めよ．

(ア)　1，6，11，……　　(イ)　100，94，88，……

(2)　第 3 項が 12，第 11 項が −4 である等差数列 $\{a_n\}$ の初項と公差を求めよ．また，0 はこの数列の第何項か．

(1)　(ア)　初項 1，公差 5 の等差数列より　$\boldsymbol{a_n}=1+(n-1)\cdot5=\boldsymbol{5n-4}$

$\boldsymbol{a_{20}}=5\cdot20-4=\boldsymbol{96}$

(イ)　初項 100，公差 −6 の等差数列より　$\boldsymbol{a_n}=100+(n-1)\cdot(-6)=\boldsymbol{-6n+106}$

$\boldsymbol{a_{20}}=-6\cdot20+106=\boldsymbol{-14}$

(2)　初項を $a$，公差を $d$ とすると

$a_3=12$　より　$a+2d=12$　……①

$a_{11}=-4$　より　$a+10d=-4$　……②

①，②より　$a=16$，$d=-2$　　よって　**初項 16　公差 −2**

$a_n=16+(n-1)\cdot(-2)=-2n+18$　　$-2n+18=0$　より　$n=9$

よって　0 は**第 9 項**

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**例題 36 ー 2**

(1)　初項 3，末項 21，項数 10 の等差数列の和を求めよ．

(2)　初項 60，公差 $-6$ の等差数列 $\{a_n\}$ の初項から第 $n$ 項までの和 $S_n$ を求めよ．また，$S_{10}$ を求めよ．

(3)　初項 5，公差 9 の等差数列 $\{b_n\}$ の第 11 項から第 20 項までの和を求めよ．

(1)　$\dfrac{1}{2}\cdot 10\cdot(3+21)=\mathbf{120}$

(2)　$a_n=60+(n-1)\cdot(-6)=-6n+66$　より

$$\boldsymbol{S_n=}\frac{1}{2}\cdot n\cdot\{60+(-6n+66)\}=\frac{1}{2}n(126-6n)=\boldsymbol{n(63-3n)}$$

$$\boldsymbol{S_{10}=}10\cdot(63-3\cdot 10)=\mathbf{330}$$

(3)　$b_n=5+(n-1)\cdot 9=9n-4$

数列 $\{b_n\}$ の初項から第 $n$ 項までの和を $S_n$ とすると

$$S_n=\frac{1}{2}n\{5+(9n-4)\}=\frac{1}{2}n(9n+1)$$

求める和は　$S_{20}-S_{10}=\dfrac{1}{2}\cdot 20\cdot(180+1)-\dfrac{1}{2}\cdot 10\cdot(90+1)=\mathbf{1355}$

**(別解)**　求める和は　初項 $b_{11}=95$，末項 $b_{20}=176$，項数 $20-11+1=10$ の等差数列の和より

$$\frac{1}{2}\cdot 10\cdot(95+176)=1355$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**類題 36 ー 2**

(1)　初項 3，公差 $-7$ の等差数列 $\{a_n\}$ の初項から第 $n$ 項までの和 $S_n$ を求めよ．また，$S_{20}$ を求めよ．

(2)　初項 2，公差 4 の等差数列 $\{c_n\}$ の第 20 項から第 40 項までの和を求めよ．

(1)　$a_n=3+(n-1)\cdot(-7)=-7n+10$　より

$$S_n=\frac{1}{2}n(a_1+a_n)=\frac{1}{2}n\{3+(-7n+10)\}=\boldsymbol{\frac{1}{2}n(13-7n)}$$

$$S_{20}=\frac{1}{2}\cdot 20\cdot(13-7\cdot 20)=\boldsymbol{-1270}$$

(2)　$c_n=2+(n-1)\cdot 4=4n-2$

数列 $\{c_n\}$ の初項から第 $n$ 項までの和を $S_n$ とすると

$$S_n=\frac{1}{2}n\{2+(4n-2)\}=\frac{1}{2}n\cdot 4n=2n^2$$

求める和は　$S_{40}-S_{19}=2\cdot 40^2-2\cdot 19^2=\boldsymbol{2478}$

**(別解)**　求める和は

$$\frac{1}{2}\cdot 21\cdot(c_{20}+c_{40})=\frac{1}{2}\cdot 21\cdot(78+158)=\frac{1}{2}\cdot 21\cdot 236=2478$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**例題 36 ー 3**

(1)　次の等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．また，第 5 項を求めよ．

　(ア)　2，6，18，……　　(イ)　100，−50，25，……

(2)　第 3 項が 28，第 6 項が 224 である等比数列 $\{a_n\}$ の初項と公比を求めよ．ただし公比は実数とする．

(1)　(ア)　初項 2，公比 3 の等比数列より　$\boldsymbol{a_n=2\cdot3^{n-1}}$

$\boldsymbol{a_5}=2\cdot3^4=\boldsymbol{162}$

(イ)　初項 100，公比 $-\dfrac{1}{2}$ の等比数列より　$\boldsymbol{a_n=100\cdot\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}}$

$\boldsymbol{a_5}=100\cdot\left(-\dfrac{1}{2}\right)^4=\boldsymbol{\dfrac{25}{4}}$

(2)　初項を $a$，公比を $r$ とする．

$a_3=28$ より　$ar^2=28$　……①

$a_6=224$ より　$ar^5=224$　……②

②に①を代入して　$28r^3=224$　　$r^3=8$

$r$ は実数より　$r=2$　　①より　$a=7$　　　よって　**初項 7　公比 2**

**類題 36 ー 3**

(1)　次の等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．また，第 6 項を求めよ．

　(ア)　−27，−9，−3，……　　(イ)　2，−3，$\dfrac{9}{2}$，……

(2)　第 2 項が −6，第 5 項が 162 である等比数列 $\{a_n\}$ の初項と公比を求めよ．ただし公比は実数とする．

(1)　(ア)　初項 −27，公比 $\dfrac{1}{3}$ の等比数列より　$\boldsymbol{a_n=-27\cdot\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-1}}$

$\boldsymbol{a_6}=-27\cdot\left(\dfrac{1}{3}\right)^5=\boldsymbol{-\dfrac{1}{9}}$

(イ)　初項 2，公比 $-\dfrac{3}{2}$ の等比数列より　$\boldsymbol{a_n=2\cdot\left(-\dfrac{3}{2}\right)^{n-1}}$

$\boldsymbol{a_6}=2\cdot\left(-\dfrac{3}{2}\right)^5=\boldsymbol{-\dfrac{243}{16}}$

(2)　初項を $a$，公比を $r$ とする．

$a_2=-6$ より　$ar=-6$　……①

$a_5=162$ より　$ar^4=162$　……②

②に①を代入して　$-6r^3=162$　　$r^3=-27$

$r$ は実数より　$r=-3$　　①より　$a=2$　　　よって　**初項 2　公比 −3**

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**例題 36 － 4**

(1)　次の等比数列の初項から第 $n$ 項までの和 $S_n$ を求めよ．

　(ア)　初項 3，公比 2　　　　(イ)　初項 27，公比 $\dfrac{1}{3}$

(2)　初項 16，公比 $\dfrac{1}{2}$ の等比数列 $\{a_n\}$ の第 6 項から第 10 項までの和を求めよ．

(1)　(ア)　$\dfrac{3(2^n-1)}{2-1}=\mathbf{3(2^n-1)}$

　(イ)　$\dfrac{27\left\{1-\left(\dfrac{1}{3}\right)^n\right\}}{1-\dfrac{1}{3}}=\dfrac{3}{2}\cdot 27\left\{1-\left(\dfrac{1}{3}\right)^n\right\}=\mathbf{\dfrac{81}{2}\left\{1-\left(\dfrac{1}{3}\right)^n\right\}}$

(2)　数列 $\{a_n\}$ の初項から第 $n$ 項までの和を $S_n$ とすると

$$S_n=\frac{16\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}}{1-\frac{1}{2}}=2\cdot 16\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}=32\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}$$

求める和は

$$S_{10}-S_5=32\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{10}\right\}-32\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^5\right\}=32\left(\frac{1023}{1024}-\frac{31}{32}\right)=32\cdot\frac{31}{1024}=\mathbf{\frac{31}{32}}$$

**(別解)**　$a_n=16\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$ より　$a_6=16\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^5=\dfrac{1}{2}$

よって求める和は　初項 $\dfrac{1}{2}$，公比 $\dfrac{1}{2}$，項数 $10-6+1=5$ の等比数列の和より

$$\frac{\frac{1}{2}\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^5\right\}}{1-\frac{1}{2}}=2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{31}{32}=\frac{31}{32}$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**類題 36 ー 4**

(1)　次の等比数列の初項から第 $n$ 項までの和 $S_n$ を求めよ.

　(ア)　初項 1，公比 3　　　　(イ)　初項 81，公比 $\dfrac{1}{4}$

(2)　初項 2，公比 $-\dfrac{1}{3}$ の等比数列 $\{a_n\}$ の第 3 項から第 6 項までの和を求めよ.

(1)　(ア)　$\dfrac{1\cdot\{3^n-1\}}{3-1}=\mathbf{\dfrac{1}{2}(3^n-1)}$

(イ)　$\dfrac{81\cdot\left\{1-\left(\dfrac{1}{4}\right)^n\right\}}{1-\dfrac{1}{4}}=\dfrac{4}{3}\cdot 81\cdot\left\{1-\left(\dfrac{1}{4}\right)^n\right\}=\mathbf{108\left\{1-\left(\dfrac{1}{4}\right)^n\right\}}$

(2)　数列 $\{a_n\}$ の初項から第 $n$ 項までの和を $S_n$ とすると

$$S_n=\frac{2\left\{1-\left(-\frac{1}{3}\right)^n\right\}}{1-\left(-\frac{1}{3}\right)}=\frac{3}{4}\cdot 2\left\{1-\left(-\frac{1}{3}\right)^n\right\}=\frac{3}{2}\left\{1-\left(-\frac{1}{3}\right)^n\right\}$$

求める和は

$$S_6-S_2=\frac{3}{2}\left\{1-\left(-\frac{1}{3}\right)^6\right\}-\frac{3}{2}\left\{1-\left(-\frac{1}{3}\right)^2\right\}=\frac{3}{2}\left(\frac{728}{729}-\frac{8}{9}\right)=\frac{3}{2}\cdot\frac{80}{729}=\mathbf{\frac{40}{243}}$$

**(別解)**　$a_n=2\cdot\left(-\dfrac{1}{3}\right)^{n-1}$ より　$a_3=2\cdot\left(-\dfrac{1}{3}\right)^2=\dfrac{2}{9}$

よって求める和は　初項 $\dfrac{2}{9}$，公比 $-\dfrac{1}{3}$，項数 $6-3+1=4$ の等比数列の和より

$$\frac{\frac{2}{9}\left\{1-\left(-\frac{1}{3}\right)^4\right\}}{1-\left(-\frac{1}{3}\right)}=\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{9}\cdot\frac{80}{81}=\frac{40}{243}$$

ⓒRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第 36 講　数列(1)

(1)　等差数列 $\{a_n\}$ の初項から第 $n$ 項までの和を $S_n$ とする．$a_4=11$，$a_{12}=35$ のとき，

$a_n=$ [ア] $n-$ [イ]，$S_n=\dfrac{n}{2}($[ウ]$n+$[エ]$)$，$S_5=$ [オカ] である．

(2)　公比が実数である等比数列 $\{a_n\}$ の初項から第 $n$ 項までの和を $S_n$ とする．$a_2=-9$，

$a_5=\dfrac{9}{8}$ のとき，$a_n=$ [キク]$\cdot\left(-\dfrac{1}{[ケ]}\right)^{n-1}$，$S_n=$ [コサ]$\left\{1-\left(-\dfrac{1}{[ケ]}\right)^n\right\}$，

$S_5=\dfrac{[シス]}{[セ]}$ である．

**解答例**

(1)　等差数列 $\{a_n\}$ の初項を $a$，公差を $d$ とすると

$a_4=11$　より　$a+3d=11$　……①

$a_{12}=35$　より　$a+11d=35$　……②

①，②より　$a=2$，$d=3$

よって　$a_n=2+(n-1)\cdot3=\mathbf{3n-1}$

$$S_n=\frac{n}{2}(a_1+a_n)=\frac{n}{2}\{2+(3n-1)\}=\frac{n}{2}(\mathbf{3n+1})$$

$$S_5=\frac{5}{2}(3\cdot5+1)=\mathbf{40}$$

(2)　等比数列 $\{a_n\}$ の初項を $a$，公比を $r$ とすると

$a_2=-9$　より　$ar=-9$　……①

$a_5=\dfrac{9}{8}$　より　$ar^4=\dfrac{9}{8}$　……②

①を②に代入して　$-9r^3=\dfrac{9}{8}$　　$r^3=-\dfrac{1}{8}$　　$r$ は実数より　$r=-\dfrac{1}{2}$

このとき①より　$a=18$　　よって　$a_n=\mathbf{18}\cdot\left(-\dfrac{1}{\mathbf{2}}\right)^{n-1}$

$$S_n=\frac{18\left\{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n\right\}}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)}=\frac{2}{3}\cdot18\cdot\left\{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n\right\}=\mathbf{12}\left\{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n\right\}$$

$$S_5=12\left\{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^5\right\}=12\cdot\frac{33}{32}=\mathbf{\frac{99}{8}}$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。